

# Modélisation physique des cordes vocales : Comment tester la validité des modèles ?

Nicolas Ruty, Annemie Van Hirtum, Xavier Pelorson

Institut de la Communication Parlée  
46, Avenue Félix Viallet, 38 031 Grenoble Cedex 1, France  
ruty@icp.inpg.fr  
http://www.icp.inpg.fr

## ABSTRACT

An experimental set-up and human vocal folds replica able to produce self sustained oscillations is presented. The aim of the set-up is to assess the relevance and the accuracy of theoretical vocal folds models. The applied reduced mechanical models are a variation of the classical two-mass model. The airflow is described as a laminar flow with flow separation. The influence of a downstream resonator is taken into account. The oscillation pressure threshold and fundamental frequency are predicted by applying a linear stability analysis to the mechanical models. The measured frequency response of the mechanical replica together with the initial (rest) area allows to determine the model parameters (spring stiffness, damping, geometry, masses). Validation of theoretical model predictions to experimental data shows the relevance of low order models in gaining a qualitative understanding of phonation. However quantitative discrepancies remain large due to an inaccurate estimation of the model parameters and the crudeness in either flow or mechanical model description. As an illustration it is shown that significant improvements can be made by accounting for viscous flow effects.

## 1. INTRODUCTION

La phonation peut être vu comme le résultat d'une interaction complexe entre l'écoulement d'air provenant des poumons et les tissus déformables que constituent les cordes vocales. L'auto-oscillation de celles-ci est la principale source pour la production des sons voisés.

La modélisation physique de ce phénomène a des applications telles que la synthèse de parole et l'étude de pathologies vocales. Les modèles numériques complets, s'appuyant des modèles à éléments finis des tissus (Hunter & col. [1]), sont peu utilisés, pour plusieurs raisons. La complexité numérique de cette approche impose des temps de calculs importants et des phénomènes tels que la collision des cordes vocales, des conditions limites instationnaires, ou la présence de turbulence dans l'écoulement d'air sont difficiles à prendre en compte.

L'utilisation de modèles distribués est fréquente dans le domaine de la synthèse de parole (Ishizaka & Flanagan[2]), mais aussi pour l'étude des pathologies vocales (Lous & col.[3]). Peut-on alors les utiliser pour rendre compte des interactions qui interviennent lors de la phonation, en incluant les aspects aérodynamiques, biomécaniques et acoustiques?

Concernant l'écoulement d'air, des travaux de recherche ont été menés et ont permis de tester des théories complexes. On distingue les études « *in-vivo* », et les études « *in-vitro* », effectuées sur des maquettes plus ou moins proches de la réalité physiologique. Ainsi,

des mesures d'écoulements sur des maquettes rigides de cordes vocales ont été réalisées par van den Berg & col.[4]. Récemment, des écoulements plus complexes et réalistes ont été obtenus sur des maquettes de cordes vocales oscillantes (Titze & col.[5]). Plus particulièrement, les maquettes capables de produire des oscillations auto-entretenues présentent l'intérêt de pouvoir tester la description de l'écoulement mais aussi l'interaction avec des structures mécaniques et un résonateur acoustique.

Mais fondamentalement, quels liens ont les modèles théoriques distribués avec la physiologie des cordes vocales ? Si certains paramètres des modèles théoriques, comme la pression sous glottique ou la géométrie de la glotte, peuvent être directement reliés aux observations faites sur l'être humains, d'autres n'ont pas de lien direct avec la réalité. L'existence d'une relation entre ces paramètres et la physiologie de l'appareil phonatoire est donc un réel problème. D'important travaux (Svec & col.[6]) de mesures *in-vivo* des propriétés mécaniques des cordes vocales humaines ont été menés. Les résultats obtenus sont utiles pour déterminer les paramètres mécaniques des modèles théoriques, mais ne permettent pas de tester la validité des modèles.

Nous présentons un dispositif expérimental permettant le test des modèles théoriques de cordes vocales. En effet, si les modèles théoriques ne peuvent pas simuler le comportement de maquettes plus simples que la réalité, comment justifier qu'ils puissent simuler le comportement de vraies cordes vocales. Ce dispositif consiste en une maquette de cordes vocales capable d'auto-osciller. L'avantage des maquettes est qu'elles sont contrôlables et que les mesures sont répétables et reproductibles. Un système optique permet de mesurer la réponse mécanique de la maquette, mais aussi son déplacement durant les oscillations. On utilise ce dispositif pour tester le modèle théorique à deux masses d'Ishizaka & Flanagan[2].

## 2. Modélisation théorique:

### 2.1 Modèle d'écoulement

La géométrie de la glotte est décrite sur la figure 1. Le modèle d'écoulement s'appuie sur l'hypothèse d'un écoulement laminaire, incompressible et quasi-stationnaire à travers la glotte. La pression sous glottique  $P_{sub}$  est supposée constante. Lorsque la glotte forme un canal divergent, le point de séparation de l'écoulement a une position déterminée par un critère *ad-hoc*  $As(t) = 1.2 * \min(A(x,t))$  avec  $A(x,t)$  l'aire de la section le long de la glotte, et  $As(t)$  l'aire de la glotte au point de séparation. Le débit  $U_g$  est supposé constant.

La distribution de pression  $P(x,t)$  le long de la glotte s'écrit

$$P(x,t) = P_{sub} - (P_{sub} - P_{supra}) \left( \frac{A_s^2}{A^2(x,t)} \right), \text{ si } x < x_s \quad (1)$$

$$P(x, t) = P_{\text{supra}}, \text{ si } x > x_s,$$

où  $\rho$  est la densité de l'air,  $U_g$  le débit volumique,  $P_{\text{supra}}$  la pression supra-glottique.

## 2.2 Modèle biomécanique

Les propriétés mécaniques des cordes vocales sont décrites par le modèle théorique représenté sur la figure 1. La largeur de la glotte est supposée égale à  $L_g$ . Nous supposons que les deux cordes vocales ont un mouvement symétrique. En appliquant le principe de la résultante dynamique aux deux masses, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} \frac{\partial^2 H_1(t)}{\partial t^2} &= -k(H_1(t) - H_{10}) - k_c(H_1(t) - H_{10} - H_2(t) + H_{20}) - r \frac{\partial H_1(t)}{\partial t} + F_1(P_{\text{supra}}, P_{\text{supra}}, H_1, H_2) \\ \frac{m}{2} \frac{\partial^2 H_2(t)}{\partial t^2} &= -k(H_2(t) - H_{20}) - k_c(H_1(t) - H_{10} - H_2(t) + H_{20}) - r \frac{\partial H_2(t)}{\partial t} + F_2(P_{\text{supra}}, P_{\text{supra}}, H_1, H_2) \end{aligned} \quad (2)$$

où  $m$  est la masse effective d'une corde vocale,  $k$  et  $k_c$  sont les constantes de raideurs des ressorts,  $r$  est l'amortissement,  $d$  la longueur de la glotte,  $H_1(t)$  et  $H_2(t)$  indiquent l'ouverture au niveau des deux masses,  $H_{10}$  et  $H_{20}$  les positions de repos,  $F_1$  et  $F_2$  les forces de pression suivant l'axe des ordonnées.

Le phénomène de contact entre les cordes vocales est pris en compte, comme indiqué par Ishizaka & Flanagan[2]. La source glottique ainsi modélisée constitue, par les fluctuations de débit qu'elle engendre, une source de pression acoustique. Du fait des dimensions de la glotte par rapport au conduit vocal, cette source est considérée comme ponctuelle, ce qui justifie la coexistence avec le modèle de résonateur acoustique couplée à cette source.

## 2.3 Modèle acoustique

L'acoustique du résonateur aval est modélisée par l'équation :

$$\frac{\partial^2 \psi(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_A}{Q_A} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \omega_A^2 \psi(t) = \frac{Z_A \omega_A}{Q_A} u \quad (3)$$

où  $\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = p$ ,  $p$  est la pression acoustique à l'entrée du conduit vocal,  $\omega_A$  la pulsation de résonance du conduit vocal,  $Q_A$  le facteur de qualité de cette résonance,  $Z_A$  est l'impédance à la pulsation de résonance  $\omega_A$ ,  $u$  est le débit acoustique.

## 3. Dispositif expérimental:

### 3.1 Description

Une maquette de cordes vocales est fixée sur un réservoir de 0.75m<sup>3</sup> (voir figure 2), alimenté par un compresseur. La pression en amont de la maquette peut varier de 0 à 3000Pa. La maquette de cordes vocales (voir figures 2 et 3) consiste en deux demi cylindres métalliques (diamètre 12.5mm) recouverts de tubes en latex (diamètre 11mm, +/- 0.1mm, épaisseur 0.2mm, +/-10%). Elle est remplie d'eau sous pression (pression interne  $P_c$ ). Cette pression a une influence directe sur les caractéristiques mécaniques et géométrique de la maquette. Pour de faibles valeurs de  $P_c$  (~2500Pa), l'ouverture de la maquette est grande, et le latex est peu tendu, alors que pour de fortes valeurs de  $P_c$  (~6000Pa), les deux tubes sont en contact et fortement tendus. Un résonateur acoustique est connecté en aval de la maquette de cordes vocales. Deux résonateurs différents, de section circulaire (diamètre 25mm, longueur 250mm et 500mm) ont été utilisés.

Des mesures de pression sont réalisées avec deux capteurs de pression Kulite XCS-0.93-0.35-Bar-G. Le premier est placé en amont de la réplique de cordes vocales, et le second à l'extrémité du résonateur acoustique. Des mesures de déplacements sont réalisées au moyen d'un système optique composé d'une diode laser, et d'un ensemble de lentilles. Le faisceau traverse le réservoir d'air, il est ensuite modifié par les mouvements la maquette des cordes vocales. La variation d'intensité lumineuse est mesurée grâce une photo diode (précision de 0.01mm).

## 3.2 Détermination des paramètres du modèle théorique

Si certains paramètres peuvent être connus directement ( $L_g$  et  $d$ ), d'autres doivent être estimés.

Ainsi, la masse  $m$ , utilisée dans la description du modèle biomécanique théorique, est estimée grâce à la quantité d'eau présente à l'intérieur du tube en latex de la maquette. Ainsi on a :

$$m_{cv} = \rho_e L \frac{\pi d_l^2}{8} \quad (4)$$

où  $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau,  $L$  la largeur de la maquette,  $d_l$  le diamètre d'un tube (1.1mm). Ainsi, on a  $m_{cv} = 2.29 g$ .

Les raideurs des ressorts et les amortissements sont estimés par la mesure de réponses mécaniques effectuées sur la maquette. On crée une excitation acoustique (voir figure 2). La réponse de la maquette est alors tracée en fonction de la fréquence d'excitation, variant entre 100Hz et 400Hz par pas de 1Hz. Ce protocole est répété pour des pressions internes variant de 500Pa à 6500Pa par pas de 500Pa.

Un exemple typique de réponse mécanique est présenté sur la figure 4. On peut noter que celle-ci est très similaire à celle de cordes vocales humaines (Svec & coll[6]).

On peut extraire des réponses mécaniques les pulsations de résonances  $\omega_0$  et leurs facteurs de qualité associés  $Q_0$ . Ces paramètres sont reliés aux résonances naturelles du modèle théorique, donc aux constantes de raideurs et des constantes d'amortissements :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}, \quad Q_0 = \frac{m\omega_0}{2r} \quad (5)$$

où  $k$  est la constante de raideur des ressorts,  $m = m_{cv}/2$  est la masse effective d'une corde vocale,  $r$  est l'amortissement. La constante de raideur de couplage  $k_c$  est fixée à  $k/2$ .

## 4. Résultats et discussion:

### 4.1 Mesure des pressions de seuil d'oscillation

On impose une pression interne  $P_c$  dans la maquette de cordes vocales. L'ouverture initiale  $h_0$  est mesurée en l'absence d'écoulement d'air. La pression en amont de la maquette est progressivement augmentée jusqu'à ce que des oscillations apparaissent. Cette première pression de seuil est notée **Pon-set**. On note la fréquence des oscillations. La pression d'alimentation de la maquette est diminuée jusqu'à ce que les oscillations cessent, pour une pression **Poff-set**. Cette opération est répétée pour une pression interne  $P_c$  variant de 500Pa à 6500Pa. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 5a et 5b.

On observe qu'en fonction de la longueur du résonateur aval, les oscillations apparaissent sur deux plages différentes de pression interne  $P_c$ . Ainsi, pour le résonateur court (25mm), les oscillations apparaissent pour de faibles pressions internes ( $P_c \in [500;2500]$ Pa), correspondant à de grandes ouvertures initiales. Pour le long résonateur (500mm), les oscillations apparaissent pour des pressions internes plus élevées ( $P_c \in [3500;6500]$ Pa). Dans ce cas, on observe que pour  $P_c=5000$ Pa, la pression de seuil d'oscillation passe par un minimum. Pour ce point particulier, l'ouverture initiale est presque nulle, i.e. les deux tubes en latex sont quasiment en contact. Ce minimum de pression, aussi observé par Titze et col.[5] peut être relié à la configuration optimale pour la production de sons voisés. Enfin, dans les deux configurations, un phénomène d'hystérésis est apparu, tel que décrit théoriquement par Lucero[7].

## 4.2 Analyse linéaire de stabilité des équations théoriques

Toutes les variables sont linéarisées. Sous l'hypothèse d'une pression sous-glottique constante et d'une pression supra-glottique nulle, les équations du modèle théorique peuvent s'écrire sous d'une représentation d'état avec  $x = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \psi & \frac{\partial h_1}{\partial t} & \frac{\partial h_2}{\partial t} & \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{bmatrix}$  pour

vecteur d'état, on a alors  $\frac{dx}{dt} = Mx$  où  $M$  est la matrice d'état :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{2}{m} \left( k_c + k_c - 2 \frac{\partial F_1}{\partial H_1} \right) & \frac{2}{m} \left( k_c + 2 \frac{\partial F_1}{\partial H_2} \right) & 0 & -\frac{2r}{m} & 0 & \frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra}} \\ \frac{2}{m} \left( k_c + 2 \frac{\partial F_2}{\partial H_1} \right) & -\frac{2}{m} \left( k_c + k_c - 2 \frac{\partial F_2}{\partial H_2} \right) & 0 & 0 & -\frac{2r}{m} & \frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra}} \\ \frac{Z_s \omega_s \frac{\partial U_s}{\partial Q_s} \frac{\partial U_s}{\partial H_1}}{Q_s} & \frac{Z_s \omega_s \frac{\partial U_s}{\partial Q_s} \frac{\partial U_s}{\partial H_2}}{Q_s} & -\omega_s^2 & 0 & 0 & \frac{\omega_s}{Q_s} + \frac{Z_s \omega_s}{Q_s} \frac{\partial U_s}{\partial P_{supra}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

En étudiant les valeurs propres de  $M$ , on peut déterminer théoriquement la présence d'oscillations, ainsi que la fréquence de ces oscillations.

Dans la partie expérimentale, on a vu qu'imposer une pression interne  $P_c$  affectait non seulement la géométrie initiale, mais aussi les propriétés mécaniques. Pour une valeur donnée de  $P_c$ , la présence d'oscillations dépendait des variations de la pression en amont de la maquette. De même ici, pour un jeu de paramètres du modèle théorique donné (constante de raideur, amortissement, pression sous glottique, géométrie initiale), l'analyse linéaire de stabilité est réalisée pour des valeurs de pression sous-glottique  $P_{sub}$  variant de 0 à 1000Pa. Cette procédure est répétée pour chacun des jeux de paramètres (correspondant à une pression interne  $P_c$ ) et pour chacun des deux résonateurs acoustiques, de longueurs respectives 250mm et 500mm. Les résultats sont tracés sur les figures 6a et 6b, sur lesquelles ils sont comparés aux données expérimentales.

## 4.3 Discussion

Les résultats prédits par le modèle théorique, montrent leur capacité à reproduire qualitativement ce qui est observé expérimentalement, mais avec une marge d'erreur importante.

Plus précisément, pour les fréquences fondamentales, la prédiction est assez précise (marge d'erreur inférieure à 10%). Les fréquences fondamentales augmentent suivant l'augmentation de pression interne  $P_c$ , ce qui est cohérent avec le fait qu'accroître cette pression a pour conséquence une augmentation de la tension de la maquette. En effet, accroître la tension signifie augmenter les

constantes de raideur et donc faire croître les pulsations de résonance naturelle du modèle théorique.

Concernant les pressions de seuil, on observe que le modèle se comporte suivant le même ordre de grandeur. Globalement, la même forme pour les pressions de seuil en fonction de la pression interne  $P_c$  est obtenue, sauf dans le cas où l'ouverture initiale est nulle, i.e. lorsque il y a contact entre les deux cordes vocales. Dans ce cas, l'erreur de prédiction est conséquente. Quantitativement, la correspondance mesures/théorie est donc médiocre, sauf à proximité du seuil minimum.

Les écarts observés peuvent bien sur être dus aux modèles eux mêmes mais aussi à une mauvaise estimation de certains paramètres. Ainsi, la masse totale  $m_{cv}$  est estimée de façon géométrique. Cette estimation repose sur l'hypothèse d'une masse constante quelque soit la pression interne  $P_c$ . Or, pour tenir compte des variations liées à la quantité d'eau que contiennent les tubes en latex, une estimation de la masse, variable en fonction de l'ouverture initiale, doit être proposée :

$$m_{cv} = \rho L \frac{\pi (d_i + (h_{ref} - h_0)/4)^2}{8} \quad (7)$$

$h_{ref}$  est une ouverture de référence valant 3mm,  $h_0$  est l'ouverture initiale mesurée sur la maquette, variant en fonction de  $P_c$ .

Après cette correction, les pressions de seuil sont modifiées avec un ordre de grandeur de l'ordre de 10%. Ce paramètre de masse ne semble donc pas pouvoir expliquer seul les écarts observés précédemment. On teste alors l'influence d'un modèle d'écoulement visqueux. En ajoutant un terme de Poiseuille l'équation (1) devient :

$$P_{sub} - P(x,t) = \frac{1}{2} \rho U_s^2 \left( \frac{1}{A^2(x,t)} \right) - 12 \mu U_s^2 U_s \int_{x_s}^x \frac{dx}{A^3(x,t)}, \text{ if } x < x_s \quad (8)$$

$$P(x,t) = P_{supra}, \text{ if } x > x_s$$

où  $\mu$  est le coefficient de viscosité de l'air.

Cette modification (figures 6a et 6b) a un effet significatif lorsque l'ouverture initiale est nulle ou quasi-nulle. Le terme visqueux augmente significativement la correspondance mesures/théorie. Cependant, cela ne semble pas complètement suffisant pour expliquer les écarts entre mesures et prédictions théoriques.

## 5. Conclusion

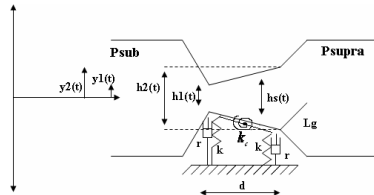
Un dispositif expérimental permettant de tester des modèles théoriques de cordes vocales a donc été présenté. Cette approche est illustrée par le test d'un modèle à faible nombre de degrés de liberté, dont les paramètres sont reliés à des grandeurs mesurables et contrôlables expérimentalement. La comparaison des prédictions théoriques de ce modèle avec les données expérimentales a permis de conclure que malgré sa simplicité, le modèle théorique prédit qualitativement bien les données expérimentales, même si l'aspect quantitatif demande plus de développement.

## Remerciements

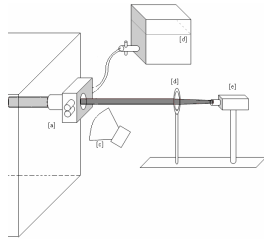
Ces travaux ont été supportés en partie par le ministère de la recherche, par le biais d'une bourse de doctorant et dans le cadre du projet Franco-Allemand Popaart (CNRS-MAE). Nous souhaiterions aussi remercier Pierre Chardon pour la mise en place du dispositif expérimental, et Freek van Uittert pour ce qui concerne le système d'acquisition de données.

## BIBLIOGRAPHIE

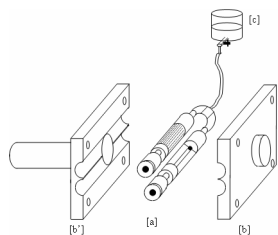
- [1] E.J. Hunter, I.R. Titze, F. Alipour. A three-dimensional model of vocal fold abduction/adduction. *J. Acoust. Soc. Am.* 115:1747-57, 2004.
- [2] K. Ishizaka, J.L. Flanagan. Synthesis of Voiced Sounds From a Two-Mass Model of the Vocal Cords. *Bell Syst. Tech. Journal* 51:1233-1267, 1972.
- [3] N.J.C. Lous, G.C.J. Hofmans, N.J. Veldhuis, A. Hirschberg. A symmetrical two-mass model vocal-fold model coupled to vocal tract and trachea, with application to prosthesis design. *Acustica* 84:1135-1150, 1998.
- [4] Jw. Van den Berg, J.T. Zantema, P. Doornenbal. On the air resistance and the Bernoulli effect of the human larynx. *J. Acoust. Soc. Am.* 29:625-631, 1957.
- [5] I.R. Titze, S.S. Schmidt, M.R. Titze. Phonation Threshold pressure in a physical model of the vocal fold mucosa. *J. Acoust. Soc. Am.* 97:3080-3084, 1995.
- [6] J.G. Svec, J. Horacek, F. Sram, J. Vesely. Resonance properties of the vocal folds: *In vivo* laryngoscopic investigation of the externally excited laryngeal vibrations. *J. Acoust. Soc. Am.* 108:1397-1407, 2000.
- [7] J.C. Lucero. A theoretical study of the hysteresis phenomenon at vocal fold oscillation onset-offset. *J. Acoust. Soc. Am.* 10:423-31, 1999.



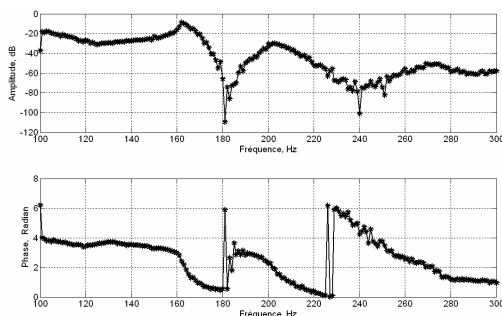
**Figure 1 :** Modèle à deux masses de cordes vocales, inclus dans une géométrie 2D pour le calcul de la distribution de pression.



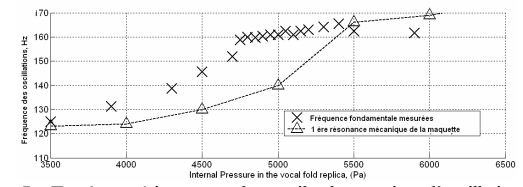
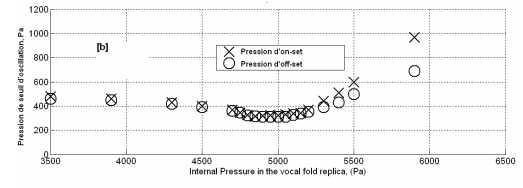
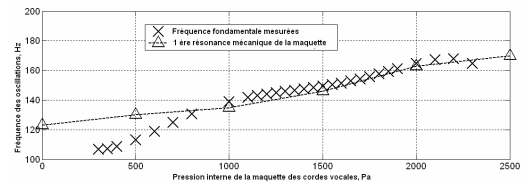
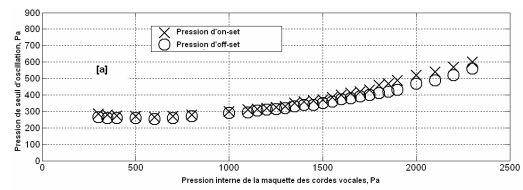
**Figure 2 :** Dispositif expérimental. [a] Maquette de cordes vocales. [b], Réservoir d'eau. [c], haut parleur. [d], lentille convergente. [e], photo diode.



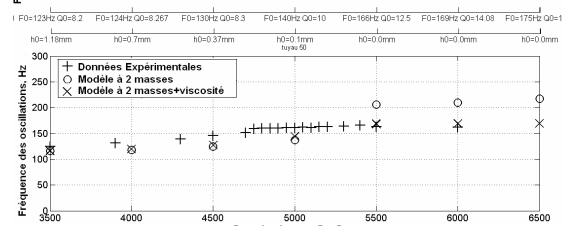
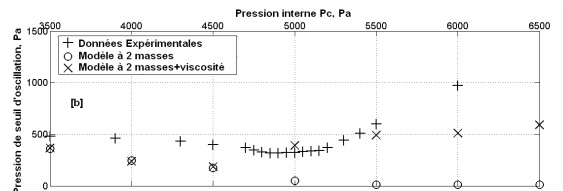
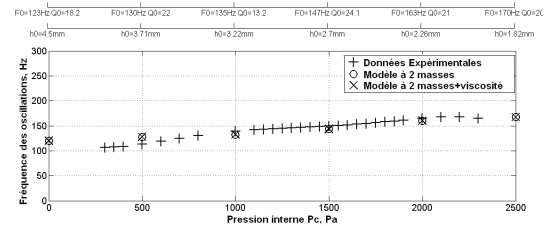
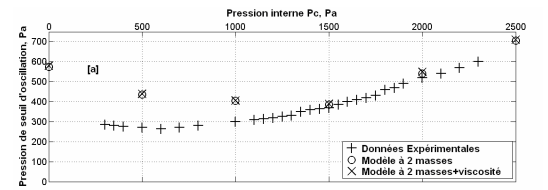
**Figure 3 :** Maquette de cordes vocales (Vilain et al., 2004). [a] demi cylindres en métal, recouverts de latex, puis remplis d'eau. [b], [b'], supports métalliques. [c] réservoir d'eau.



**Figure 4 :** Réponse mécanique de la maquette de cordes vocales,  $P_c=2000Pa$ . [a] amplitude en dB. [b] phase en radian.



**Figure 5 :** Tracés expérimentaux des seuils de pression d'oscillation et des fréquences fondamentales d'oscillation. [a], pour un résonateur acoustique de 250mm de long. [b], pour un résonateur acoustique de 500mm de long.



**Figure 6 :** Etude comparative entre les résultats de l'analyse de stabilité et les données expérimentales. [a], pour un résonateur acoustique de 250mm de long. [b], pour un résonateur acoustique de 500mm de long.